

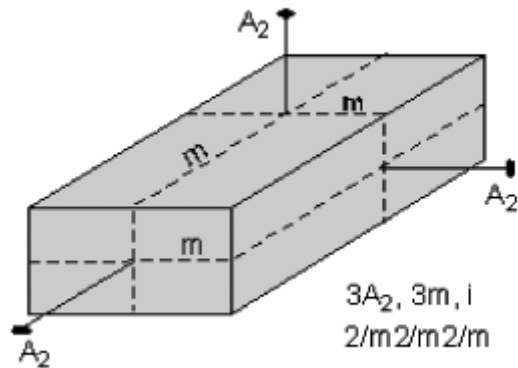
3- Symétrie externe des cristaux. Les 32 classes cristallines

Il existe 32 combinaisons possibles des éléments de symétrie qui définissent la symétrie externe des cristaux. De ces 32 combinaisons possibles résultent les **32 classes cristallines**. Ils sont souvent aussi connus sous le nom de **32 groupes ponctuels**. Nous décrirons dans ce cours quelques-unes de ces classes en détail, mais il faut rappeler que la meilleure façon de comprendre ces différents groupes est de voir des modèles de cristaux en laboratoire.

La notation d’Hermann-Mauguin (Internationale)

Avant de parler des 32 classes cristallines, nous allons voir comment écrire la notation d’Hermann-Mauguin (dites aussi notation internationale) utilisée pour décrire les différentes classes cristallines à partir des éléments de symétrie qu’elles contiennent. Nous commencerons par un cristal simple, puis nous verrons quelques exemples plus complexes.

Le cristal rectangulaire montré ci-contre contient **trois** axes de rotation d’ordre 2 (A_2), **trois** plans de symétrie (m) et **un** centre de symétrie (i). Pour écrire la notation d’Hermann-Mauguin de ce cristal, nous suivrons les étapes suivantes :



1- Ecrire le nombre représentant chacun des axes de rotation unique du cristal. Un axe de rotation unique est celui qui existe par lui-même et n’est pas reproduit par une autre opération de symétrie. Dans notre exemple, les trois axes de symétrie d’ordre 2 sont uniques, car chacun d’eux est perpendiculaires à une face différente.

Nous écrirons donc un 2 (pour ordre-2) pour chaque axe de symétrie :

$$2 \ 2 \ 2$$

2- Ecrire ensuite un « m » pour chaque plan de symétrie unique. Ici aussi, un plan de symétrie unique est celui qui n’est pas reproduit par une autre opération de symétrie. Dans cet exemple, nous pouvons dire que chaque plan de symétrie est unique car chacun d’eux coupe un visage différent du cristal. Donc nous écrirons :

$$2 \ m \ 2 \ m \ 2 \ m$$

3- Si chaque axe de symétrie est perpendiculaire à un plan de symétrie, nous mettrons un « slash » (/) entre le symbole de l'axe et celui du plan. Dans notre cas, chaque axe de symétrie d'ordre 2 est perpendiculaire à un plan de symétrie, donc notre notation devient :

$$2/m2/m2/m$$

Si nous regardons le tableau qui est donné dans les pages suivantes de ce cours, on remarque que ce modèle de cristal appartient à la classe *orthorhombique dipyramidale*.

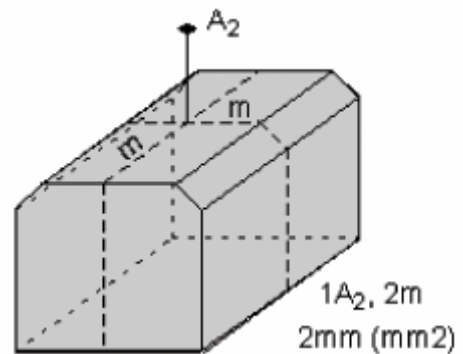
Notre second exemple comporte le cristal qui est représenté dans la figure à droite. Ce modèle possède **un** axe de symétrie d'ordre 2 et **deux** plans de symétrie.

Pour le plan de symétrie, nous écrivons :

2

Chaque plan de symétrie est unique, car chacun coupe un visage différent du cristal. Donc nous écrivons 2 « m », un pour chaque plan de symétrie :

$$2\ m\ m$$

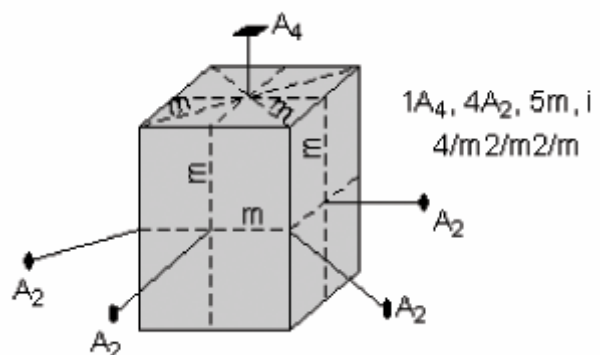


Notons que l'axe de symétrie d'ordre 2 n'est pas perpendiculaire à un plan de symétrie, donc nous n'utiliserons pas de « slash ». La notation finale du cristal sera alors :

$$2mm$$

Pour cette classe cristalline, la convention veut qu'on écrive $mm2$ plutôt que $2mm$. Si nous consultons le tableau, on remarque que ce modèle de cristal appartient à la classe *orthorhombique pyramidale*.

Le troisième exemple est représenté ci-contre. Il contient **un** axe de symétrie d'ordre 4, **quatre** axes de symétrie d'ordre 2, **cinq** plans de symétrie et **un** centre de symétrie. Notez que l'axe de symétrie d'ordre 4 est unique. Il y'a deux axes de symétrie d'ordre 2 qui sont perpendiculaire à deux faces identiques, et deux autres axes qui recoupent le cristal par ses bords verticaux. Ainsi, il n'y a que 2 uniques axes de symétrie d'ordre 2, car les autres sont reproduits



par l'axe de symétrie d'ordre 4 qui est perpendiculaire à la face supérieure du cristal. Donc, nous écrivons :

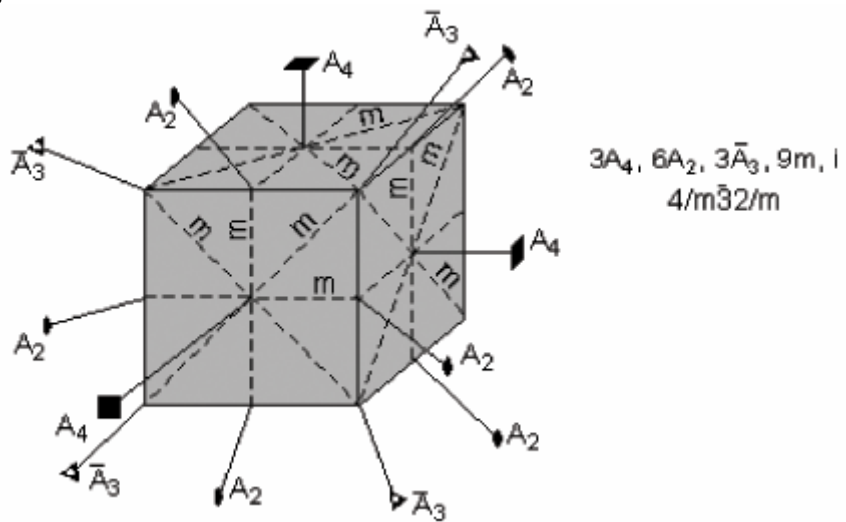
$$4\ 2\ 2$$

Bien qu'il existe cinq plans de symétrie dans ce cristal, trois d'entre eux seulement sont unique. Deux plans de symétrie coupent verticalement les faces avant et latérales du cristal. Seul l'un d'entre eux est unique, car l'autre est reproduit par l'axe de rotation d'ordre 4. Un autre ensemble de deux plans de symétrie coupe diagonalement les bords du cristal. Ici aussi, un seul axe est unique, car l'autre est reproduit par l'axe de rotation d'ordre 4. Le plan de symétrie qui est perpendiculaire à l'axe de symétrie d'ordre 4 et qui coupe horizontalement le cristal est unique. Puisque l'ensemble des plans uniques de symétrie sont perpendiculaires aux axes de symétrie, la notation finale du cristal devient :

$$4/m2/m2/m$$

Si nous regardons dans le tableau, nous verrons que le cristal appartient à la classe *dipyramidale ditétragonale*.

Notre dernier exemple est plus complexe. Notons qu'il possède **trois** axes de symétrie d'ordre 4, chacun d'eux est perpendiculaire à une face carrée du cristal, **quatre** axes de symétrie inverse d'ordre 3 (quelques-uns ne sont pas représentés dans le diagramme pour simplifier le schéma), chacun d'eux recoupe



les arêtes (coins) du cube, et **six** axes de symétrie d'ordre 2 (ici aussi, quelques-uns ne sont pas figurés), qui recoupent les bords du cube. En plus, le cristal possède **neuf** plans de symétrie et **un** centre de symétrie.

Il n'y a qu'un seul axe de symétrie d'ordre 4 qui est unique, car chacun est perpendiculaire à une face identique (les faces du cube). Il n'y a également qu'un seul axe de symétrie inverse d'ordre 3, car chacun recoupe les arêtes du cube et sont reproduits par l'axe de symétrie d'ordre 4. Il n'y a aussi qu'un seul axe de symétrie d'ordre 2, car tous les autres recoupent les bords du cube, et sont reproduits par l'axe de symétrie d'ordre 4 et par les plans de symétrie. Donc nous écrivons un 4, un $\bar{3}$ et un 2 pour chaque unique axe de symétrie.

$$4 \bar{3} 2$$

Il y'a trois plans de symétrie qui sont perpendiculaires aux axes d'ordre 4 et six plans de symétrie qui sont perpendiculaires aux axes d'ordre 2. Aucun plan de symétrie n'est perpendiculaire aux axes de symétrie inverses d'ordre 3. Donc, La notation finale du cristal est :

$$4/m\bar{3}2/m$$

Le tableau indique que ce cristal appartient à la classe *hexaoctaédrique*.

Les 32 classes cristallines

Les 32 classes cristallines représentent les 32 combinaisons possibles des opérations de symétrie. Chaque classe cristalline regroupe un ensemble de minéraux possédant les mêmes éléments de symétrie et correspondant à un ensemble de formes de cristaux. Notez que vous n'êtes pas obligé d'apprendre par cœur les différentes classes cristallines, leurs noms ou la symétrie associée à chaque classe. Par contre, vous devriez être capable de déterminer les éléments de symétrie des modèles cristallins, puis vous pourriez consulter le tableau donné dans le cours pour déterminer leur classe cristalline et leur nom.

Dans ce cours, nous étudierons en détail quelques-unes des 32 classes cristallines.

Le tableau de la page suivante donne les 32 classes cristallines, leurs éléments de symétrie, la notation d'Hermann-Mauguin et le nom de chaque classe. Notons que les 32 classes cristallines sont divisées en sept systèmes cristallins :

- 1- Le système **triclinique** ne possède ni axes de symétrie, ni plans de symétrie.
- 2- Le système **monoclinique** possède un seul plan de symétrie (m) et/ou un seul axe d'ordre 2 (A_2).
- 3- Le système **orthorhombique** possède plusieurs axes de symétrie d'ordre 2 (A_2) ou un axe de symétrie d'ordre 2 et 2 plans de symétrie (m). Ce système ne comporte aucun axe de symétrie d'ordre n (A_n), avec $n > 2$.
- 4- Le système **rhomboédrique** possède un seul axe de symétrie d'ordre 3 (A_3) ou un seul axe de symétrie inverse d'ordre 3 (\overline{A}_3).
- 5- Le Système **quadratique** possède un seul axe de symétrie d'ordre 4 (A_4) ou un seul axe de symétrie inverse d'ordre 4 (\overline{A}_4).
- 6- Le Système **hexagonal** possède un seul axe de symétrie d'ordre 6 (A_6) ou un seul axe de symétrie inverse d'ordre 6 (\overline{A}_6).
- 7- Le Système **cubique** possède quatre (4) axes de symétrie d'ordre 3 (A_3) ou quatre (4) axes de symétrie inverse d'ordre 3 (\overline{A}_3).

Système cristallin	Classe cristalline	Eléments de symétrie	Nom de la classe
Triclinique	1		Pédiale
	$\bar{1}$	i	Pinacoïdale
Monoclinique	2	1A ₂	Sphénoïdale
	m	1m	Domale
	2/m	i, 1A ₂ , 1m	Prismatique
Orthorhombique	222	3A ₂	Orthorhombique disphénoïdale
	mm2 (2mm)	1A ₂ , 2m	Orthorhombique pyramidale
	2/m2/m2/m	i, 3A ₂ , 3m	Orthorhombique dipyramidale
Quadratique	4	1A ₄	Pyramidale tétragonale
	$\bar{4}$	1 \bar{A}_4	Disphénoédrique tétragonale
	4/m	i, 1A ₄ , 1m	Dipyramidale tétragonale
	422	1A ₄ , 4A ₂	Trapézoédrique tétragonale
	4mm	1A ₄ , 4m	Pyramidale ditétragonale
	$\bar{4} 2m$	1 \bar{A}_4 , 2A ₂ , 2m	Scalénoédrique rhombique
	4/m2/m2/m	i, 1A ₄ , 4A ₂ , 5m	Dipyramidale ditétragonale
Rhomboédrique	3	1A ₃	Rhomboédrique pyramidale
	$\bar{3}$	1 \bar{A}_3	Rhomboédrique
	32	1A ₃ , 3A ₂	Rhomboédrique trapézoédrique
	3m	1A ₃ , 3m	Dirhomboédrique pyramidale
	$\bar{3} 2/m$	1 \bar{A}_3 , 3A ₂ , 3m	Dirhomboédrique scalénoédrique
Hexagonal	6	1A ₆	Hexagonale pyramidale
	$\bar{6}$	1 \bar{A}_6	Rhomboédrique dipyramidale
	6/m	i, 1A ₆ , 1m	Hexagonale dipyramidale
	622	1A ₆ , 6A ₂	Hexagonale trapézoédrique
	6mm	1A ₆ , 6m	Dihexagonale pyramidale
	$\bar{6} m2$	1 \bar{A}_6 , 3A ₂ , 3m	Dirhomboédrique dipyramidale
6/m2/m2/m	i, 1A ₆ , 6A ₂ , 7m	Dipyramidale dihexagonale	
Cubique	23	3A ₂ , 4A ₃	Tétratoédrique
	2/m $\bar{3}$	3A ₂ , 3m, 4 \bar{A}_3	Didodécaédrique
	432	3A ₄ , 4A ₃ , 6A ₂	Gyroïdale
	$\bar{4} 3m$	3 \bar{A}_4 , 4A ₃ , 6m	Hexatétraédrique
	4/m $\bar{3} 2/m$	3A ₄ , 4 \bar{A}_3 , 6A ₂ , 9m	Hexaoctaédrique

Le système triclinique

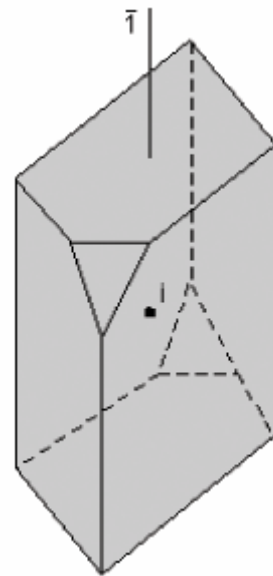
Ce système est caractérisé par l'existence d'un axe de rotation ou de rotation inverse d'ordre 1 (pas de symétrie).

- Classe péridiale, 1, éléments de symétrie : aucun.

Dans la classe péridiale, aucune face n'est reliée à une autre et chacune constitue une forme en soi, le **péridion** provient d'un terme grec qui signifie simple. Les minéraux appartenant à cette classe sont rares.

- Classe Pinacoïdale, $\bar{1}$, éléments de symétrie : i.

Dans la classe pinacoïdale, il n'y a qu'un seul centre de symétrie et les faces correspondant deux à deux sont parallèles entre elles et constituent donc une forme de **pinacoïde**. Parmi les minéraux communs appartenant à cette classe, citons : microcline (feldspath potassique), plagioclases (albite, labrador, oligoclase), turquoise et wollastonite.

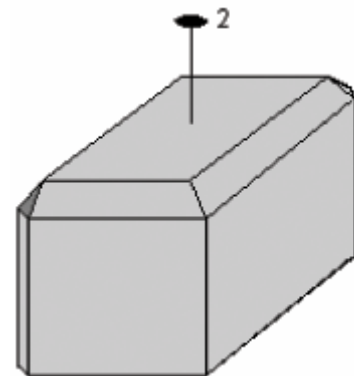


Le système monoclinique

Ce système est caractérisé par l'existence d'un seul plan de symétrie (m) et/ou d'un seul axe de symétrie d'ordre 2 (A_2).

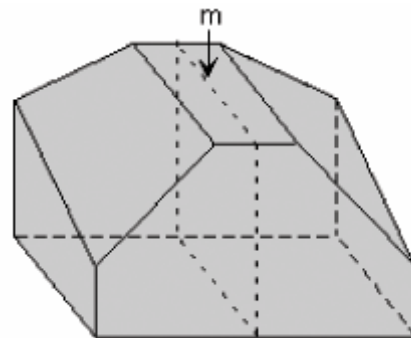
- Classe sphénoïdale, 2, éléments de symétrie : $1A_2$.

Dans cette classe, il n'y a qu'un seul axe de symétrie d'ordre 2. Les faces reliées entre elles par l'axe de symétrie d'ordre 2 sont appelées sphénoïdes, donc la classe est dite sphénoïdale. Seuls quelques rares minéraux appartiennent à cette classe.



- Classe dômale, m , éléments de symétrie : $1m$.

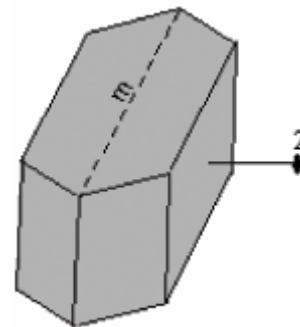
Cette classe possède un seul plan de symétrie. Les faces reliées par le plan de symétrie sont appelées dômes, la classe est ainsi dite dômale. Il n'existe que deux rares minéraux qui cristallisent dans cette classe.



- Classe prismatique, $2/m$, éléments de symétrie : $1A_2, m, i$.

Cette classe possède un seul axe de symétrie d'ordre 2 perpendiculaire à un seul plan de symétrie. La présence du plan de symétrie fait qu'à chaque face correspond une autre, réfléchiée sur le plan, de même, l'axe binaire implique l'existence d'une autre face correspondante, après rotation de 180° autour de l'axe. Ainsi, à chaque face correspondent trois autres faces équivalentes par symétrie : celle qui est réfléchiée par le plan, celle qui résulte d'une rotation de 180° , enfin, celle qui résulte de la rotation de 180° de la face réfléchiée.

La forme qui est constituée par ces quatre faces est appelée **prisme**, car les faces sont toutes parallèles à une certaine direction (figure à droite). Cependant, on observe souvent des cas particuliers, si par exemple, une face est perpendiculaire au plan de symétrie, elle coïncide avec sa face réfléchiée, de même, si une face est perpendiculaire à l'axe de symétrie, elle coïncidera avec la face correspondante tournée autour de l'axe. Dans les deux cas, il y a des formes, dites **pinacoïdes**, qui ne comprennent que deux faces parallèles entre elles.



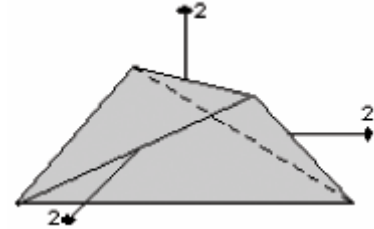
Les minéraux les plus communs qui cristallisent dans la classe prismatique sont : micas (biotite et muscovite), azurite, chlorite, clinopyroxènes, épidote, gypse, malachite, kaolinite, orthoclase et talc.

Le système orthorhombique

Ce système est caractérisé par l'existence d'un (ou plusieurs) axe(s) de symétrie d'ordre 2 (A_2) et/ou d'un (ou plusieurs) plan(s) de symétrie (m). Ce système ne comporte aucun axe de symétrie d'ordre n (A_n), avec $n > 2$.

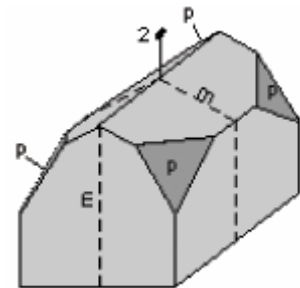
- Classe orthorhombique disphénoïdale, 222, éléments de symétrie : $3A_2$.

Cette classe ne présente que trois axes de symétrie d'ordre 2 perpendiculaires entre eux (pas de plan de symétrie). Les faces disphénoïdes qui définissent cette classe consistent en deux faces situées dans la partie supérieure du cristal et deux faces situées dans la partie inférieure séparées entre eux par un angle de 90° . L'epsomite est le rare minéral le plus commun de cette classe.



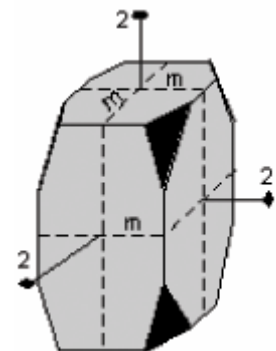
- Classe orthorhombique pyramidale, $2mm$ ($mm2$), éléments de symétrie : $1A_2, 2m$.

Cette classe a deux plans de symétrie perpendiculaires et un seul axe de symétrie d'ordre 2. Puisque il n'y a pas de centre de symétrie, les faces de la partie supérieure du cristal ne sont pas présentes dans la partie inférieure. Une **pyramide**, est un ensemble de 3 faces identiques ou plus, qui se rencontrent en un point. Dans notre cas, une pyramide orthorhombique consiste en 4 faces identiques notées *p* dans la figure de droite. L'hémimorphite est le minéral le plus commun possédant cette symétrie.



- Classe orthorhombique dipyramidale, $2/m2/m2/m$, éléments de symétrie : $3A_2, 3m, i$.

Cette classe possède trois axes de symétrie d'ordre 2 perpendiculaires entre eux, avec autant de plans, toujours perpendiculaires, et un centre de symétrie. Les faces d'une dipyramide consistent en 4 faces identiques dans la partie supérieure et 4 faces identiques dans la partie inférieure du cristal, et qui sont reliées entre eux par réflexion dans le plan de symétrie horizontal ou par rotation autour des axes de symétrie horizontaux.



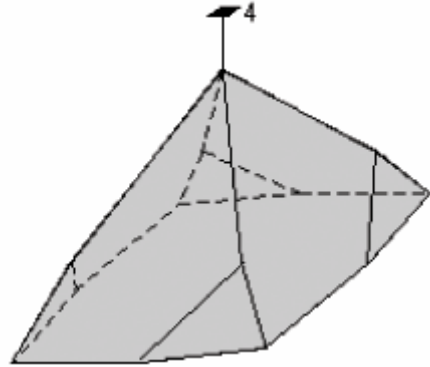
Les minéraux les plus communs de cette classe sont : andalousite, anthophyllite, aragonite, barytine, cordiérite, olivine, sillimanite, soufre, stibine et topaze.

Le système quadratique

Ce système est caractérisé par l'existence d'un seul axe de symétrie d'ordre 4 (A_4) ou d'un seul axe de symétrie inverse d'ordre 4 (A_4).

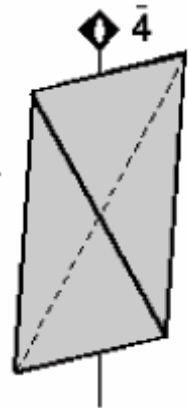
- Classe pyramidale tétragonale, 4, éléments de symétrie : $1A_4$.

La classe pyramidale tétragonale ne comprend qu'un axe de symétrie d'ordre 4. La wulfénite est le seul minéral connu qui cristallise dans cette classe.



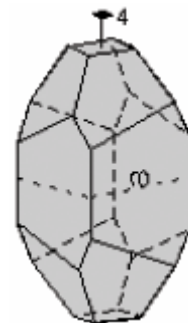
- Classe disphénoédrique tétragonale, $\bar{4}$, éléments de symétrie : $1\bar{A}_4$.

Avec seulement un seul axe de symétrie inverse d'ordre 4, les faces disphénoïdes consistent en deux faces identiques dans la partie supérieure du cristal, et deux faces identiques dans la partie inférieure, séparées entre eux par un angle de 90° . Notez qu'il n'y a aucun plan de symétrie dans cette classe. Les minéraux cristallisant dans cette classe sont très rares.



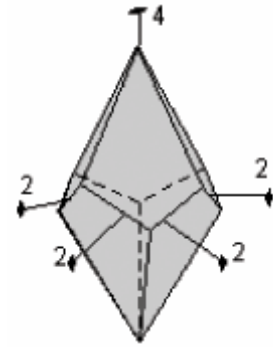
- Classe dipyramidale tétragonale, $4/m$, éléments de symétrie : $1A_4, 1m, i$.

Cette classe possède un seul axe de symétrie d'ordre 4 perpendiculaire à un plan de symétrie. Celle-ci comprend quatre faces pyramidales dans la partie supérieure du cristal, qui par réflexion sur le plan de symétrie, forme quatre faces identiques dans la partie inférieure (figure à droite). La scheelite et la scapolite sont les seuls minéraux communs appartenant à cette classe.



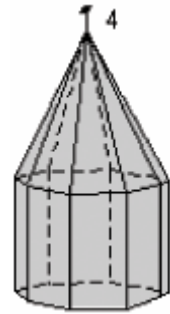
- Classe trapézoédrique tétragonale, 422 , éléments de symétrie : $1A_4, 4A_2$.

Cette classe comprend un axe de symétrie d'ordre 4 perpendiculaire à 4 axes de symétrie d'ordre 2. Il n'y a pas de plan de symétrie. Seuls de rares minéraux appartiennent à cette classe.



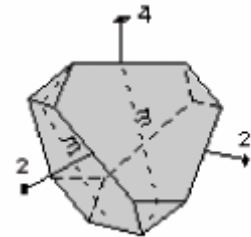
- Classe pyramidale ditétragonale, $4mm$, éléments de symétrie : $1A_4, 4m$.

Cette classe comprend un seul axe de symétrie d'ordre 4 et 4 plans de symétrie. Les plans de symétrie ne sont pas montrés dans la figure à droite, mais couperait le cristal par ses bords. Notez que la pyramide ditétragonale est un ensemble de 8 faces qui forment une pyramide dans la partie supérieure du cristal. Les minéraux cristallisant dans cette classe sont rares.



- Classe Scalénoédrique rhombique, $\bar{4}2m$, éléments de symétrie : $1\bar{A}_4, 2A_2, 2m$.

Cette classe possède un axe de symétrie inverse d'ordre 4 qui est perpendiculaire à 2 axes de symétrie d'ordre 2. Les plans de symétrie sont parallèles à 4 et sont à 45° des axes d'ordre 2. La chalcopirite et la stannite sont les minéraux les plus communs cristallisant dans cette classe.



- Classe dipyramidale ditétragonale, $4/2/m2/m$, éléments de symétrie : $1A_4, 4A_2, 5m, i$.

Cette classe est celle dont la symétrie est la plus élevée du système quadratique. Elle comprend un axe de symétrie d'ordre 4 qui est perpendiculaire à 4 axes de symétrie d'ordre 2. Ces dernières sont tous perpendiculaires aux plans de symétrie. Un autre plan de symétrie est perpendiculaire à l'axe d'ordre 4. Les plans de symétrie ne sont pas représentés dans la figure, et coupent le cristal verticalement par ses bords. Le cinquième plan de symétrie coupe le cristal horizontalement par son centre. Notez qu'une dipyramide ditétragonale consiste en 8 faces pyramidales dans la partie supérieure et 8 faces pyramidales dans la partie inférieure du cristal. Les minéraux les plus communs qui cristallisent dans cette classe sont l'anatase, la cassitérite, la vésuvianite

