ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE Département Génie Minier Cours de Minéralogie – 3ème année	2005/2006

TP 3. Projection stéréographique des faces cristallines

Pôle d'une face

L'angle entre deux faces cristallines est l'angle entre les normales de ces faces.

Les normales des faces cristallines sont appelées **pôles.**

Les angles inter faciaux peuvent être mesurés facilement par un appareil appelé : goniomètre.

Pour définir les angles cristallographiques, nous utilisons la projection sphérique.

Le cristal est supposé placé au centre d'une sphère. De ce point on mène les normales aux faces.

Le pôle de la face (010) qui coïncide avec l'axe cristallographique **b** recoupera la sphère à l'équateur.

Par définition, la face (010) possède un angle Φ (azimut) de 0°. Pour les autres faces cristallines, l'angle Φ est mesuré à partir de l'axe **b** dans le sens des aiguilles d'une montre, sur le plan de l'équateur.

On définis l'angle ρ (colatitude ou inclinaison) comme étant l'angle entre l'axe cristallographique **c** et le pôle de la face cristalline, mesuré à partir du pôle Nord de la sphère.

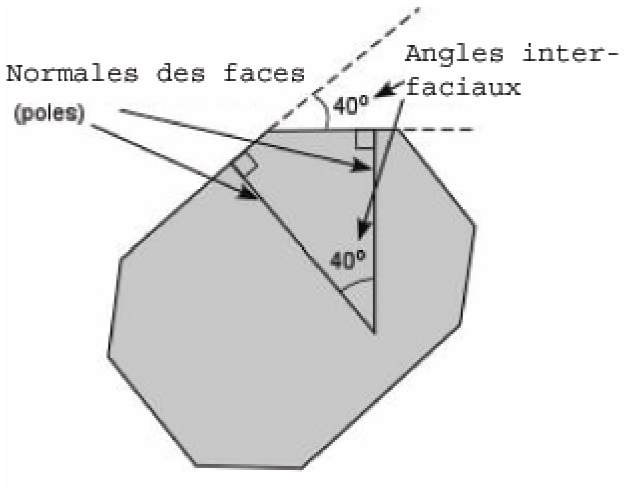

Figure 1

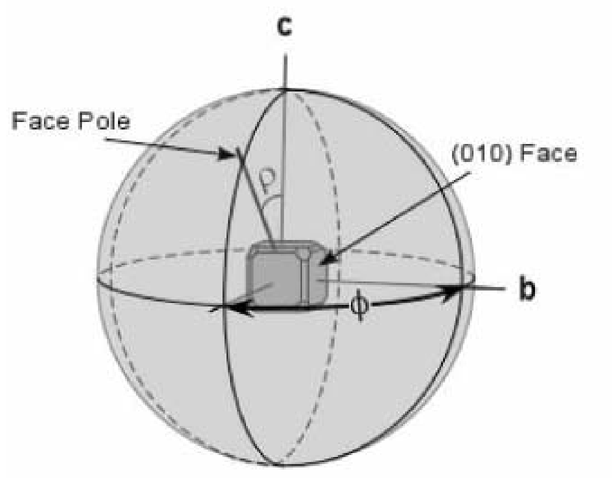

Figure 2

Notons que ces mesures d’angles sont similaires à ceux utilisés pour déterminer la latitude et la longitude d’un point à la surface de la Terre. Pour la sphère terrestre, la longitude est similaire à l’angle Φ, excepté que la longitude est mesurée à partir du méridien de Greenwich (Φ = 0). La latitude est mesurée dans un plan vertical, à partir de l’équateur, notée angle θ sur la figure ci-contre. L’angle ρ est appelé colatitude (90° - latitude).

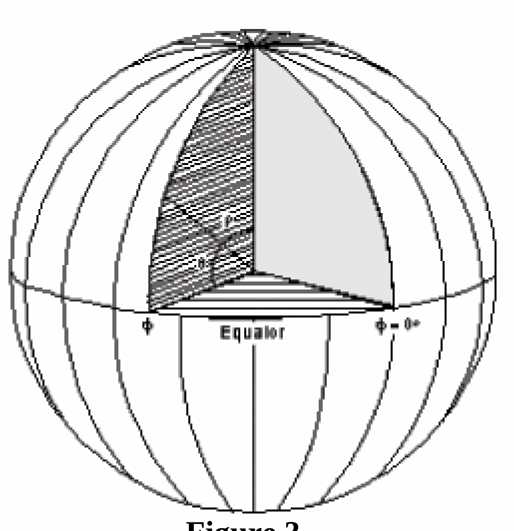

Figure 3

Par exemple, les angles Φ et ρ de la face (111) d’un cristal sont montrés sur la figure ci-contre. Notons que l’angle ρ est mesuré dans le plan vertical contenant l’axe c et le pôle de la face, et l’angle Φ est mesuré dans le plan horizontal, à partir de l’axe b dans le sens direct.

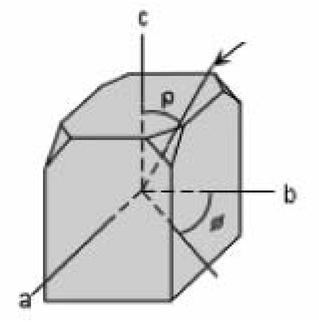

Figure 4

Généralement, ce sont les angles de la projection sphérique, Φ et ρ, qui sont donné pour chaque face du cristal. Une fois ces angles connus, l’angle entre deux faces cristallines peut être facilement déterminer en utilisant des calculs trigonométriques, ou en utilisant un stéréonet (voir paragraphe suivant).

La projection stéréographique

La projection stéréographique est une méthode utilisée en cristallographie et en géologie structurale, pour étudier respectivement, les relations angulaires entre les faces cristallines et les structures géologiques. Nous étudierons la méthode utilisée en cristallographie, tout en soulignant que c’est la même méthode qui est utilisée en géologie structurale.

On suppose que nous avons toujours un cristal au centre d’une sphère. Examinons une coupe verticale de la sphère, tel que montrée sur la figure suivante. Nous orientons le cristal de telle manière à ce que le pôle de la face (001) (l’axe c) soit vertical et coïncide avec le pôle Nord de la sphère. Pour la face (110), nous traçons le pôle de cette face de telle manière qu’il coupe la sphère. Nous tracerons ensuite une droite qui relie le point d’intersection du pôle et de la sphère, avec le pôle Sud de la sphère. Lorsque cette droite coupe le plan équatorial, le point obtenu sera celui de la projection stéréographique de cette face. Ce point sera noté avec une **croix**. La projection stéréographique apparaît donc sur le plan équatorial de la sphère.

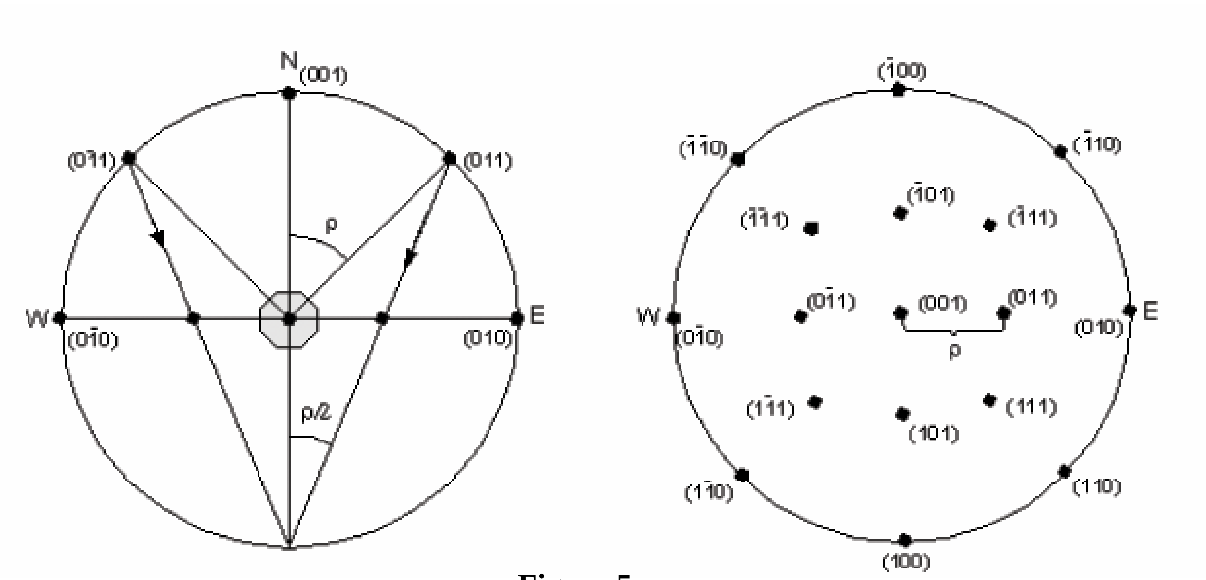

Figure 5

Sur la figure de droite, a été représentée la projection stéréographique des faces d'un cristal cubique. Notons que l'angle ρ est mesuré comme étant la distance entre le centre de la projection à la position où le pôle de la face est projeté. L'angle Φ est mesuré autour de la circonférence du cercle, dans le sens direct à partir de l'axe cristallographique b, ou à partir de la position de la face (010).

Remarque : pour les points situés dans l'hémisphère Sud, on utilise le pôle Nord comme centre d'inversion (on relie le pôle d'une face au point N et on note l'intersection de la droite avec le plan équatorial par un **cercle**).

Canevas de Wulff

Pour effectuer la projection stéréographique, on utilise un stéréonet, appelé aussi « canevas de Wulff ». Ce canevas est la projection stéréographique d'un réseau de parallèles et de méridiens tracés sur la sphère de projection selon une vision équatoriale. On obtient ainsi un réseau, gradué habituellement de 2° en 2°, formé de grands cercles et de petits cercles orthogonaux aux grands cercles (figure 6).

On définis ainsi sur le canevas de Wulff :

- Le **cercle primitif** qui entoure le canevas.

- Les **grands cercles** sont les lignes courbes qui relient les points N et S du canevas. Le cercle primitif et les axes N-S et E-W sont également des grands cercles. **Les relations angulaires entre les points sur le canevas ne peuvent être mesurées que sur les grands cercles**.

- Les **petits cercles** sont les projections des parallèles tracés sur la sphère (excepté l'axe E-W).

Les faces supérieures d'un cristal cubique sont projetées sur le canevas de la figure suivante. Ces faces appartiennent aux formes {100}, {110} et {111}. Notons que l'angle Φ des faces (111) et (110) est de 45°. L'angle ρ de ces faces est mesuré le long d'une ligne dont l'origine est le centre du canevas (où la face (001) est projetée). L'angle ρ de la face (111) est de 45° et celui de la face (110) est 90°. Pour effectuer la projection stéréographique, on trace le stéréogramme sur un calque que l'on peut faire tourner par-dessus un canevas de Wulff. On commence par tracer sur le calque le cercle de projection et les axes AB (origine des azimuts) et NS.

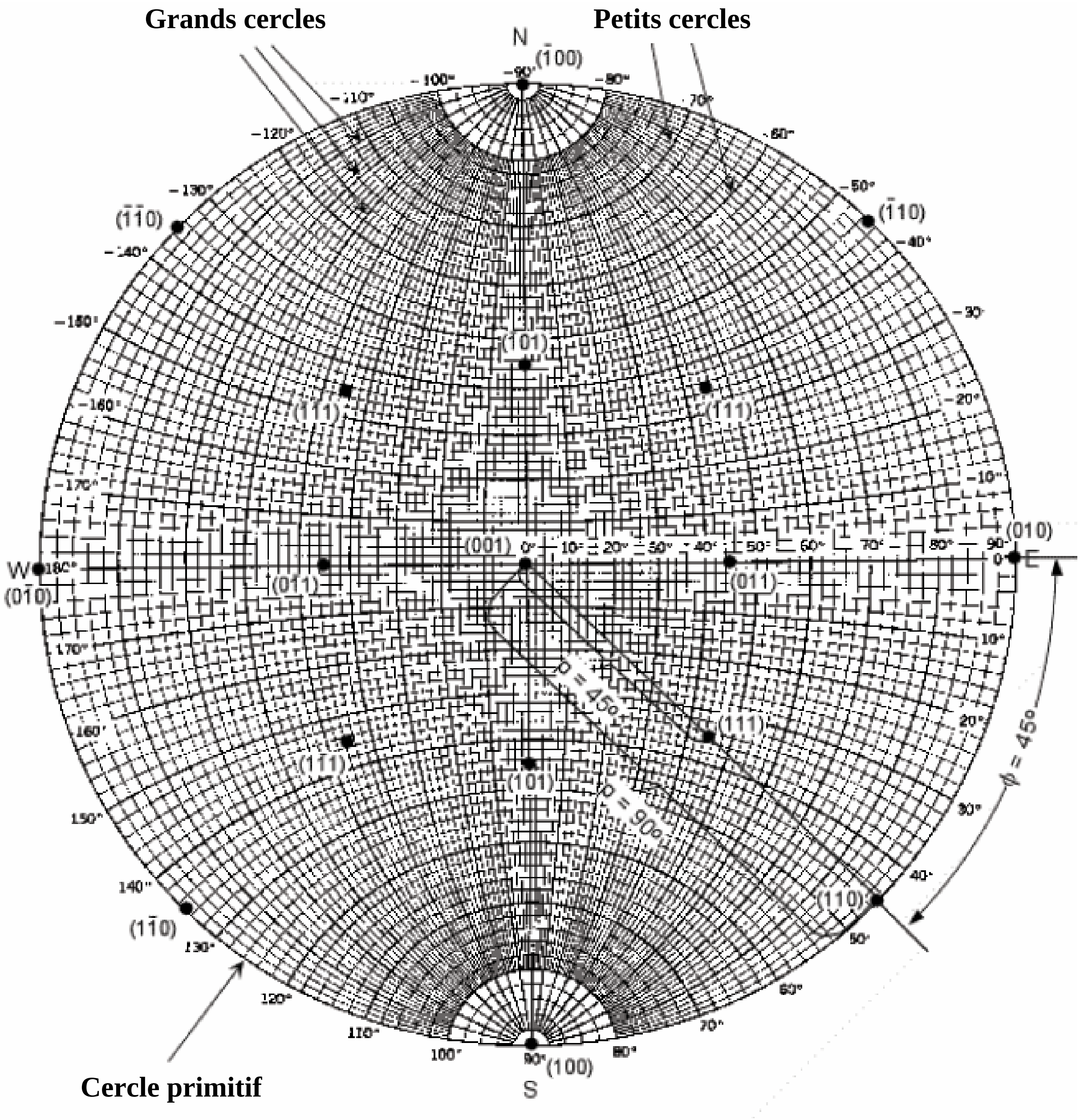

Figure 6 : Canevas de Wulff

On effectue alors les opérations suivantes :

1) La projection des faces cristalline est représentée par la projection des pôles de chaque face (droite perpendiculaire à la face).

2) Sur le papier calque, tracez le cercle primitif du canevas.

3) Pour la projection d'une face, mesurez d'abord l'angle Φ sur le cercle primitif, et placez le point sur le papier calque. Faire tourner ensuite le papier calque de telle façon à ce que le point se place sur l'axe E-W.

4) Mesurez ensuite l'angle ρ à partir du centre du canevas le long de l'axe E-W. Notons que les angles ne peuvent être mesurés que le long des grands cercles.

<u>But du TP</u>

Ce TP permet une familiarisation avec la représentation stéréographique et l'utilisation du canevas de Wulff.

<u>Exercice 1</u>

Pour un cristal orthorhombique avec a : b : c = 0,85 : 1 : 0,75, si on situe (001) à ρ = 0, (100) à ρ = 90°, φ = 0°, trouver à l'aide de calculs trigonométriques :

- les coordonnées ρ et φ de la face (111)
- les coordonnées ρ et φ de la face $(1\bar{1}\bar{1})$
- l'angle (111) ^ $(1\bar{1}\bar{1})$.

Retrouvez ces résultats en utilisant le canevas de Wulff

<u>Exercice 2</u>

La topaze est un minéral qui cristallise dans le système orthorhombique. Les paramètres de la maille sont :

a = 4,65 Å, b = 8,80 Å, c = 8,40 Å.

1- Calculer les valeurs des angles φ et ρ des faces (001), (102), (111), (210), (013) et (113) du cristal.
2- Tracer sur le canevas de Wulff la projection stéréographique de ces faces.
3- Déterminer, en utilisant le canevas de Wulff, les angles entre les faces (102) et (013) ; (111) et (210).
4- Retrouver les valeurs des angles déterminés dans la question 3 par le calcul (la méthode utilisée doit être bien développée).
5- Représenter sur le canevas de Wulff l'axe de la zone Z_1 qui contient les plans (102) et (210) ainsi que l'axe de la zone Z_2 qui contient les plans (111) et (013). Dessiner sur le canevas le cercle des zones Z_1 et Z_2.